

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ**

**Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 4 задания с кратким ответом повышенного уровня сложности и 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

-	0	,	8																	
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

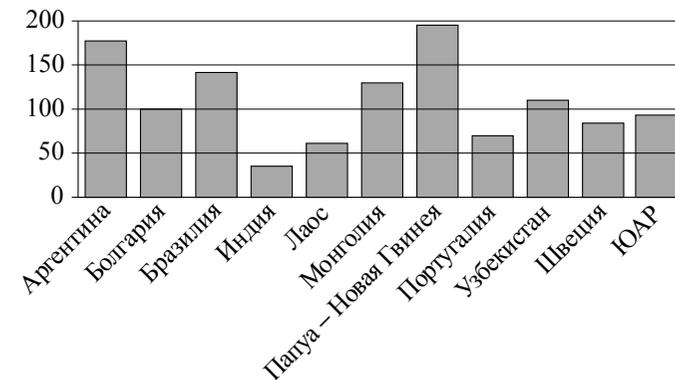
*Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

**Часть 1**

- 1** Шоколадка стоит 25 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну — в подарок). Какое наибольшее количество шоколадок можно получить, потратив не более 480 рублей в воскресенье?

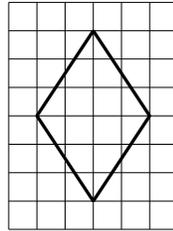
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На диаграмме показано распределение выплавки меди в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимала Папуа–Новая Гвинея, одиннадцатое место — Индия. Какое место занимала Монголия?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён ромб. Найдите его площадь.



Ответ: \_\_\_\_\_.

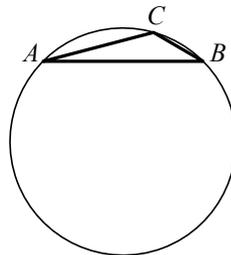
- 4 Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже чем  $36,8^\circ\text{C}$ , равна  $0,83$ . Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется  $36,8^\circ\text{C}$  или выше.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\log_5(8-x) = \log_5 2$ .

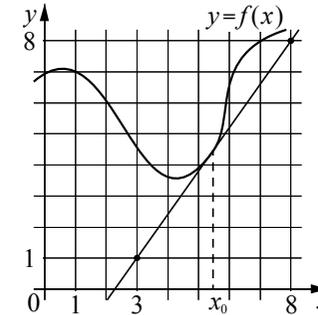
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 В треугольнике  $ABC$  сторона  $AB$  равна  $3\sqrt{2}$ , угол  $C$  равен  $135^\circ$ . Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.



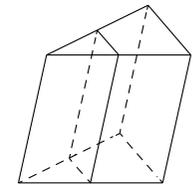
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объём этой призмы, если объём отсечённой треугольной призмы равен 5.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.**

## Часть 2

9

Найдите значение выражения  $\frac{(5\sqrt{6})^2}{10}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

10

Два тела, массой  $m = 9$  кг каждое, движутся с одинаковой скоростью  $v = 6$  м/с под углом  $2\alpha$  друг к другу. Энергия (в Дж), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении, вычисляется по формуле  $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$ , где  $m$  — масса (в кг),  $v$  — скорость (в м/с). Найдите, под каким углом  $2\alpha$  должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилась энергия, равная 81 Дж. Ответ дайте в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11

Имеется два сплава. Первый сплав содержит 40% меди, второй — 25% меди. Масса первого сплава больше массы второго на 10 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 35% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

12

Найдите точку минимума функции  $y = x^{\frac{3}{2}} - 18x + 29$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

**Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

13

а) Решите уравнение

$$2\cos^3 x + \sqrt{3}\cos^2 x + 2\cos x + \sqrt{3} = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-2\pi; -\frac{\pi}{2}]$ .

14

В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  сторона основания  $AB$  равна 4, а боковое ребро  $SA$  равно 7. На рёбрах  $CD$  и  $SC$  отмечены точки  $N$  и  $K$  соответственно, причём  $DN : NC = SK : KC = 1 : 3$ . Плоскость  $\alpha$  содержит прямую  $KN$  и параллельна прямой  $BC$ .

а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  параллельна прямой  $SA$ .  
б) Найдите угол между плоскостями  $\alpha$  и  $SBC$ .

15

Решите неравенство  $\log_5 \left( (3-x)(x^2+2) \right) \geq \log_5 (x^2-7x+12) + \log_5 (5-x)$ .

16

В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $120^\circ$ . Прямые, содержащие высоты  $BM$  и  $CN$  треугольника  $ABC$ , пересекаются в точке  $H$ . Точка  $O$  — центр окружности, описанной около треугольника  $ABC$ .

а) Докажите, что  $AH = AO$ .  
б) Найдите площадь треугольника  $AHO$ , если  $BC = \sqrt{15}$ ,  $\angle ABC = 45^\circ$ .

- 17** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 5 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
  - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
  - в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
- На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 7,5 млн рублей?

- 18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{9x^2 - a^2}{x^2 + 8x + 16 - a^2} = 0$$

имеет ровно два различных корня.

- 19** В течение  $n$  дней каждый день на доску записывают натуральные числа, каждое из которых меньше 6. При этом каждый день (кроме первого) сумма чисел, записанных на доску в этот день, больше, а количество меньше, чем в предыдущий день.
- а) Может ли  $n$  быть больше 5?
  - б) Может ли среднее арифметическое чисел, записанных в первый день, быть меньше 3, а среднее арифметическое всех чисел, записанных за все дни, быть больше 4?
  - в) Известно, что сумма чисел, записанных в первый день, равна 6. Какое наибольшее значение может принимать сумма всех чисел, записанных за все дни?



**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**